

Cours TD : La numération

0	1	0	0	0	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

La numération désigne le mode de représentation des nombres. Elle concerne aussi les mots, les gestes et les signes qui ont permis aux différents peuples d'énoncer, de mimer et d'écrire ces nombres.

Nous sommes habitués à la numération décimale, cependant celle-ci n'est pas adaptée aux machines et aux systèmes d'information numériques. C'est pourquoi nous allons étudier d'autres formes de représentation.

La maîtrise de ces outils vous sera indispensable dans les disciplines de l'électronique et de l'informatique.

Le système décimal

Prenons comme base le système décimal que nous connaissons bien.

Les nombres que nous utilisons habituellement sont ceux de la base 10 (système décimal). Nous disposons de dix chiffres différents de 0 à 9 pour écrire tous les nombres.

Retenez : toute base N est composée de N chiffre de 0 à N-1.

Considérons un nombre décimal $N = 2348$. Ce nombre est la somme de 8 unités, 4 dizaines, 3 centaines et 2 milliers.

Nous pouvons écrire $N = (2 \times 1000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + (8 \times 1)$

$$2348 = (2 \times 10^3) + (3 \times 10^2) + (4 \times 10^1) + (8 \times 10^0)$$

10 représente la base et les puissances de 0 à 3 le rang de chaque chiffre.

Retenez :

**Quelque soit la base, le chiffre de droite est celui des unités.
Celui de gauche est celui qui a le poids le plus élevé.**

Remarquez que tout nombre élevé à la puissance 0 est égal à 1 ($X^0=1$)

Exercice : décomposez à votre tour le nombre 408,12 avec les puissance de 10

Le binaire

Dans les domaines de l'automatisme, de l'électronique et de l'informatique, nous utilisons la base 2. Tous les nombres s'écrivent avec deux chiffres uniquement (0 et 1). De même que nous utilisons le système décimal parce que nous avons commencé à compter avec nos dix doigts, nous utilisons le binaire car les systèmes technologiques ont souvent deux états stables.

Un interrupteur est ouvert ou fermé

Une diode est allumée ou éteinte

Une tension est présente ou absente

Une surface est réfléchissante ou pas (CD)

Un champ magnétique est orienté Nord-Sud ou Sud-Nord (disque dur)

Exercice : observez le fonctionnement du système automatique " Mini-Dosa ", relevez au moins dix dispositifs de ce système qui ont un comportement binaire (2 états)

Pour convertir ces états en chiffre binaire, A chaque état du système technologique, on associe un état logique binaire.

La présence d'une tension sera par exemple notée 1 et l'absence 0.

L'état d'une led allumée sera 1 et celui d'une led éteinte 0

Le chiffre binaire qui peut prendre ces deux états est nommé "Bit" (Binary digit)

1

Avec un bit nous pouvons représenter deux états différents

0
1

Avec deux bits nous pouvons coder quatre états

0	0
0	1
1	0
1	1

Avec trois bits nous pouvons coder huit états

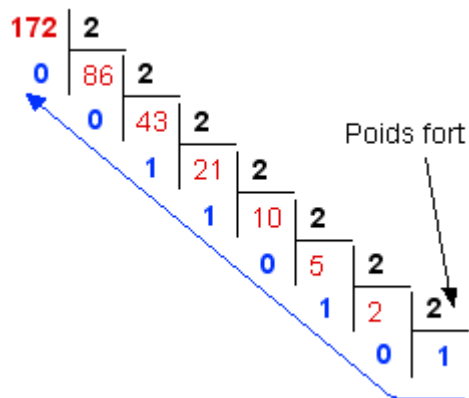
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Exercice : combien peut-on avoir d'états différents avec 4 bits.

Exercice : par une démarche inverse, proposer une méthode pour convertir le nombre décimal $142_{(10)}$ en bianire

Il existe aussi une autre méthode qui consiste à faire des divisions successives par deux

Méthode par divisions



$172 / 2 = 86$, il reste 0 ...

Exercice : essayer de convertir le nombre 142 par cette méthode.

Exercice : rechercher la plus grande valeur qui peut être codée sur 8 bits

Exercice : rechercher la plus grande valeur qui peut être codée sur 16 bits

Exercice : rechercher le nombre de combinaisons possibles sur 16 bits

L'hexadécimal

ça se complique !

La manipulation des nombres écrits en binaire est difficile pour l'être humain et la conversion en décimal n'est pas simple. C'est pourquoi nous utilisons de préférence le système hexadécimal (base 16).

Pour écrire les nombres en base 16 nous devons disposer de 16 chiffres, pour les dix premiers, nous utilisons les chiffres de la base 10, pour les suivants nous utiliserons des lettres de l'alphabet.

Décimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
Hexadécimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

Les règles sont ici aussi les mêmes que pour le décimal et le binaire mais avec la base 16. Prenons l'exemple du nombre A3F. Et oui, c'est un nombre même s'il est écrit avec des lettres car en hexadécimal les lettres sont des chiffres

$$A3F_{(16)} = (A \times 16^2) + (3 \times 16^1) + (F \times 16^0)$$

$$A3F_{(16)} = (10 \times 256) + (3 \times 16) + (15 \times 1)$$

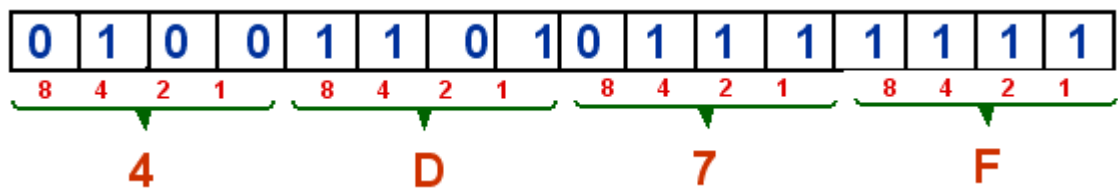
$$A3F_{(16)} = 2560 + 48 + 15 = 2623_{(10)}$$

Exercice : rechercher la valeur décimale du nombre 4C

Correspondance entre binaire et hexadécimal.

La conversion du binaire en hexadécimal est très simple, c'est d'ailleurs la raison pour laquelle nous utilisons cette base. Il suffit de faire correspondre un mot de quatre bits (quartet) à chaque chiffre hexadécimal (commencer à droite).

Conversion d'un mot de 16 bits entre binaire et hexadécimal



$$4D7F_{(16)} = 0100110101111111_{(2)}$$

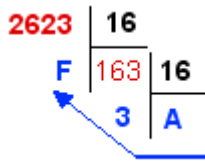
Exercice : rechercher en hexadécimal la valeur du nombre binaire 1101100001100110

Exercice : écrire en hexadécimal le plus grand nombre sur 16 bits

Exercice : rechercher en binaire et en décimal la valeur de $3C8_{(16)}$

Correspondance entre décimal et hexadécimal.

La méthodes par divisions s'applique comme en binaire (exemple : N = 2623).



$2623 / 16 = 163$, il reste 15...

exercice : essayez de convertir 2011 en hexadécimal par cette méthode

Le codage ASCII

Le binaire permet de coder les nombres que les systèmes informatiques peuvent manipuler. Cependant, l'ordinateur doit aussi utiliser des caractères alphanumériques pour mémoriser et transmettre des textes.

Pour coder ces caractères, on associe à chacun d'entre eux un code binaire, c'est le codage ASCII (American Standard Code for Information Interchange).

Le caractère **A** par exemple a pour code **65** soit **01000001** en binaire.

Le caractère **f** : **102**

le point d'interrogation **?** : **63**

Le chiffre **2** : **50**

Exercice : ouvrez sur votre ordinateur le logiciel Bloc-notes qui est dans le menu accessoires.

Ce logiciel permet d'écrire des textes dans le format le plus simple sans aucune mise en forme. Si vous maintenez enfoncée la touche alt et que vous tapez un nombre sur le clavier, vous verrez apparaître à l'écran le code ASCII correspondant.

Exercice : laissez ouvert le bloc-notes et tapez un mot.

Enregistrez le fichier correspondant et allez voir la taille de celui-ci par un clic droit et l'onglet "propriété". Comparez sa taille en octet avec votre mot.

Noter ici le texte et sa taille.

Exercice : faites maintenant la même chose avec plusieurs mots sur la même ligne. Un espace est-il un caractère comme un autre.

Exercice : faites maintenant un essai avec deux lignes. Un passage à la ligne est-il un caractère comme un autre ?

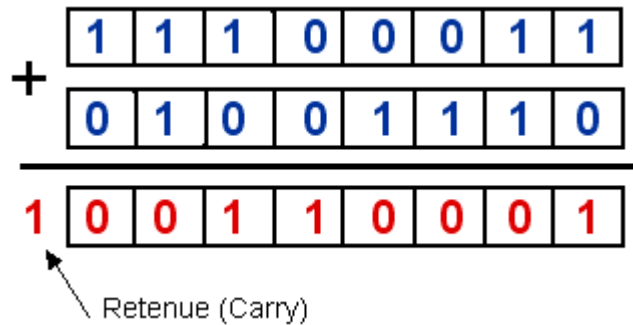
Les opérations sur les nombre binaires.

Avec les nombres binaires nous pouvons faire des opérations arithmétiques et logiques.

L'addition binaire.

L'addition est simple, elle est réalisée bit à bit.

$1 + 0 = 1$
 $1 + 1 = 10$
 $1 + 1 + 1 = 11$



Exercice : additionner les nombres binaires 11001010 + 00111101

Le produit logique en binaire

Nous pouvons également réaliser des opérations logiques, par exemple un ET logique.

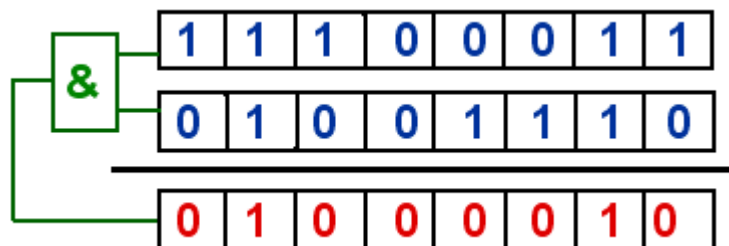
Le ET logique consiste à vérifier si les deux bits correspondants sont à l'état 1, dans ce cas, le résultat est un, dans le cas contraire, c'est 0.

0 et 0 = 0

0 et 1 = 0

1 et 0 = 0

1 et 1 = 1



Exercice : rechercher le résultat de l'opération 19 et 144